

# Ist die Anwendung der Bruchmechanik sinnvoll ??

**Prof. Dr.-Ing. Rainer Häberer**

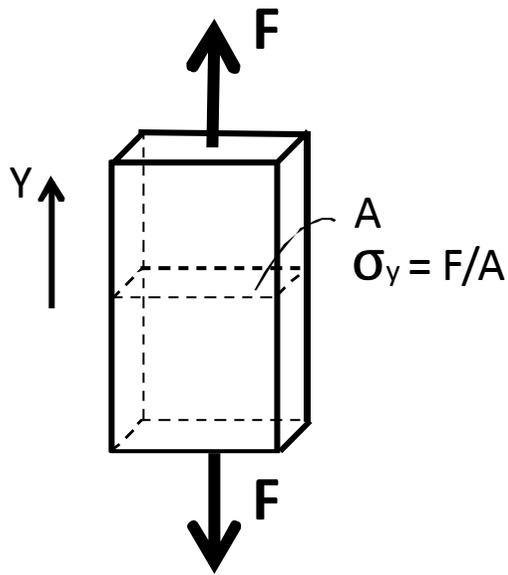


**ICE – Unglück in Eschede**

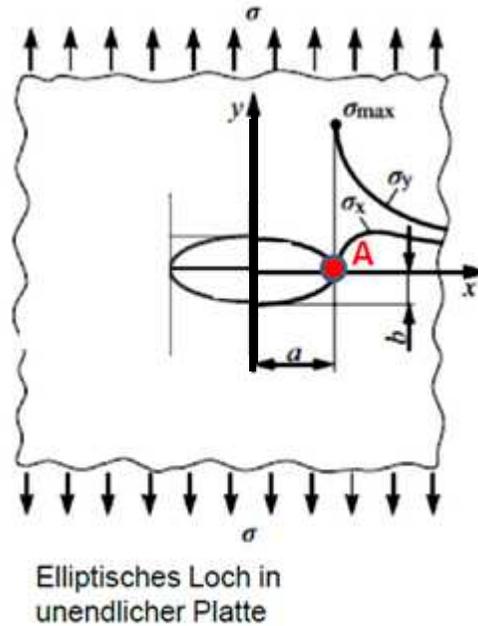
**Bretagne:  
Zerbrechen der Prestige**

# Linear elastische Bruchmechanik

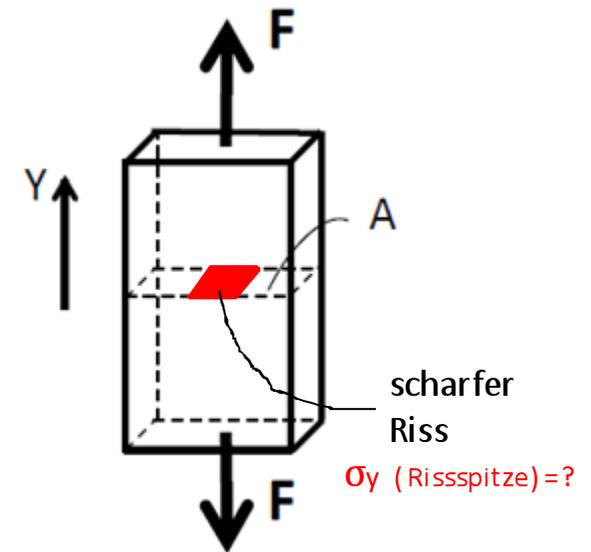
## Spannungsverteilung im belasteten Körper



Platte mit  
homogenem Querschnitt



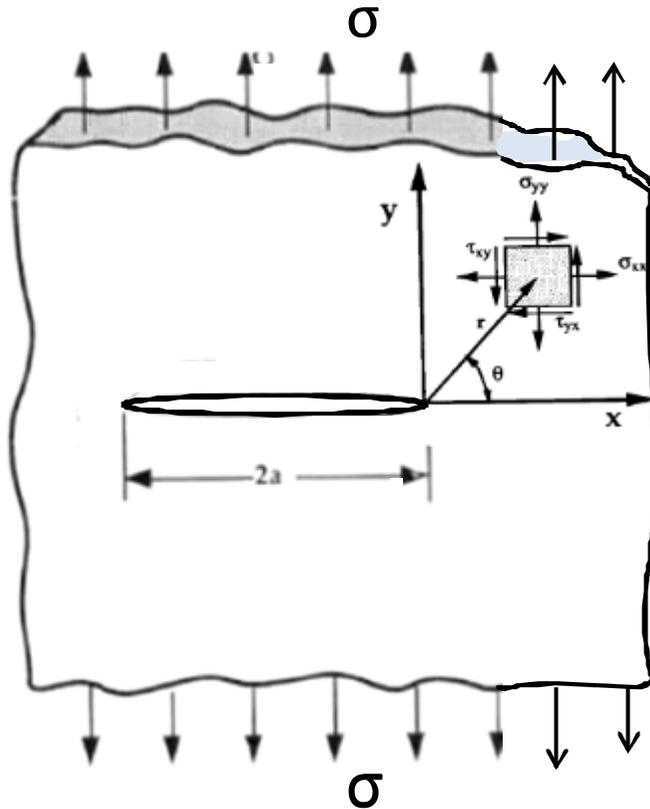
$$\sigma_y (x = a, y = 0) = \sigma \cdot \left(1 + \frac{2a}{b}\right)$$



Zugprobe mit  
scharfem Riss

# Linear elastische Bruchmechanik

## Spannungsverteilung am scharfen Riss



In unmittelbarer Umgebung der Risspitze gilt der Zusammenhang:

$$\sigma_{yy}(r; \theta = 0^\circ) = \frac{\sigma \sqrt{\pi \cdot a}}{\sqrt{2\pi r}}$$

=> für  $r = 0$  ergibt sich eine Singularität,

d.h.  $\sigma_{yy} \Rightarrow \infty$

Allgemein:

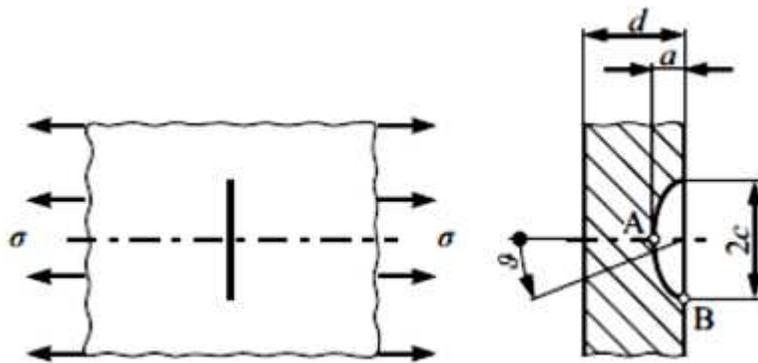
$$\sigma_{ij}(r) = \frac{K}{\sqrt{2\pi \cdot r}}$$

hierbei ist  $K (= \sigma \sqrt{\pi \cdot a})$  der Verstärkungsfaktor der Singularität

=> **K wird Spannungsintensitätsfaktor genannt**

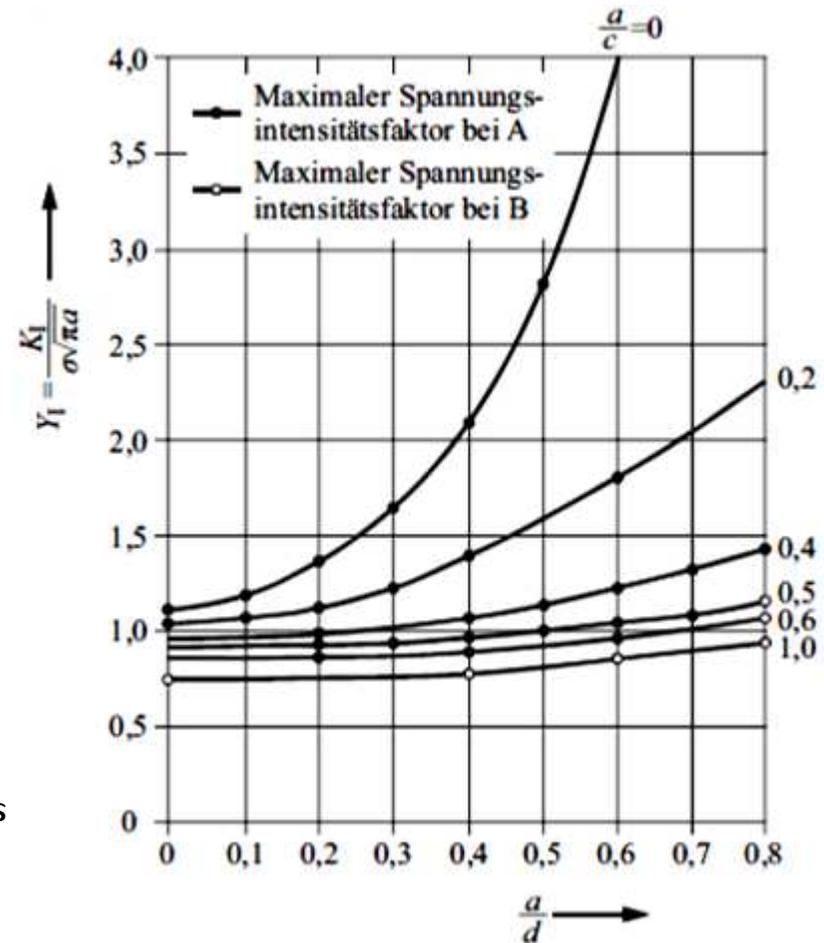
# Linear elastische Bruchmechanik

Beispiel: Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  für einen halbelliptischen Oberflächenriss in einem zugbelasteten Bauteil



$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I$$

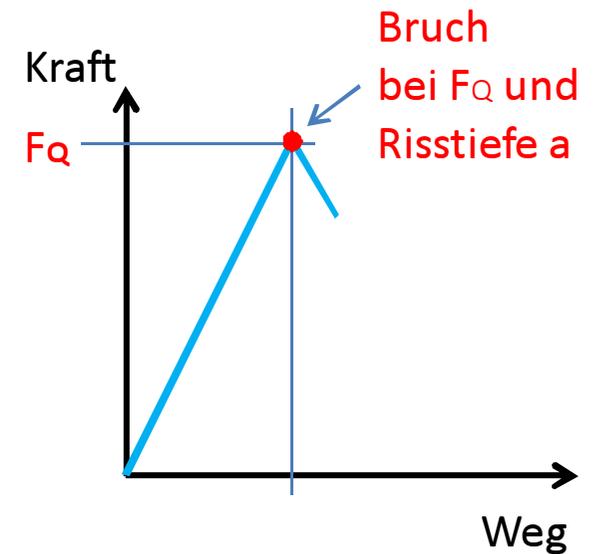
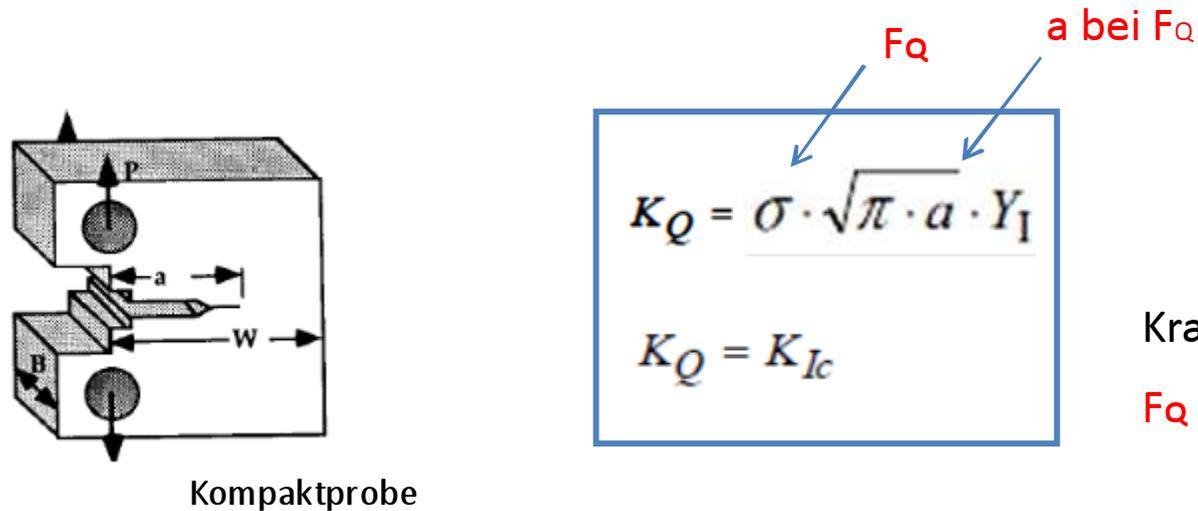
$Y_I$  : Faktor, der die Geometrie vom Bauteil und des Risses berücksichtigt ( s. Literatur )



Frage: Gibt es eine kritische Größe für den Verstärkungsfaktor  $K_I$  ?

# Linear elastische Bruchmechanik

Experimentelle Bestimmung des kritischen Spannungsintensitätsfaktors ( $K_{Ic}$ )



Ein Bauteil versagt durch Sprödbbruch, wenn gilt:

$$K_I \geq K_{Ic}$$

$K_{Ic}$  wird Risszähigkeit genannt.

Randbedingung:

Der Bruchverlauf muss auf einen Sprödbbruch hinweisen.

# Fließbruchmechanik

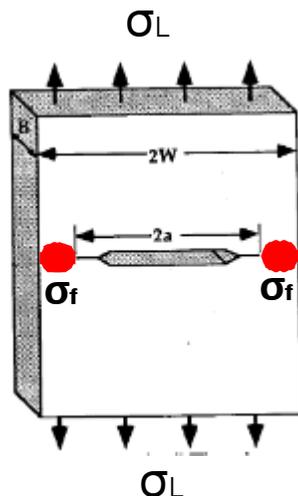
## Plastische Grenzlasten für rissbehaftete Bauteile

Bei sehr zähen Werkstoffen kommt es bei einer hohen Belastung zu einem Einschnüren des Restquerschnitts.

Die kritische Belastung ergibt sich dann nicht mehr aus der Bruchmechanik, sondern allein aus dem Fließverhalten des Werkstoffes.

Beispiel: Zugprobe mit Innenriss

### Plastische Grenzlast $\sigma_L$ :



$$\sigma_L = \sigma_f \cdot (1 - a / W)$$

$\sigma_L$  : von außen aufgeprägte Belastung, die zum Versagen führt

$\sigma_f$  : Fließspannung

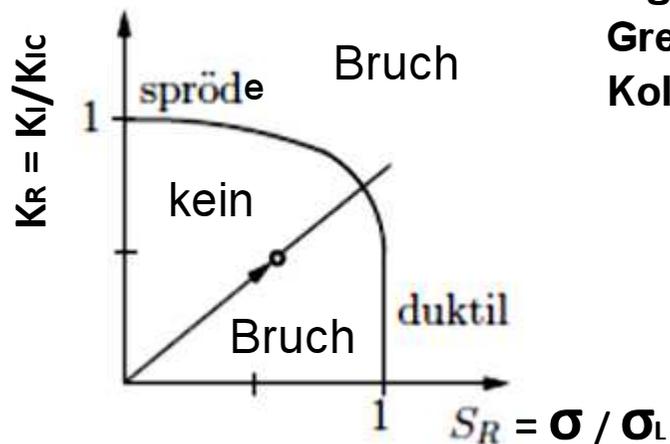
Ein Bauteil versagt durch plastischen Kollaps, wenn die plastische Grenzlast  $\sigma_L$  überschritten wird.

# Versagen rissbehafteter Bauteile

## Zwei – Kriterien – Methode ( Failure assessment diagram )

Nach der Zwei – Kriterien – Methode kann für jeden Werkstoff und jede Bauteilgröße die Versagensbelastung ermittelt werden.

Das Versagen nach der **linear elastischen Bruchmechanik** und das Versagen durch **plastischen Kollaps** sind Grenzfälle.



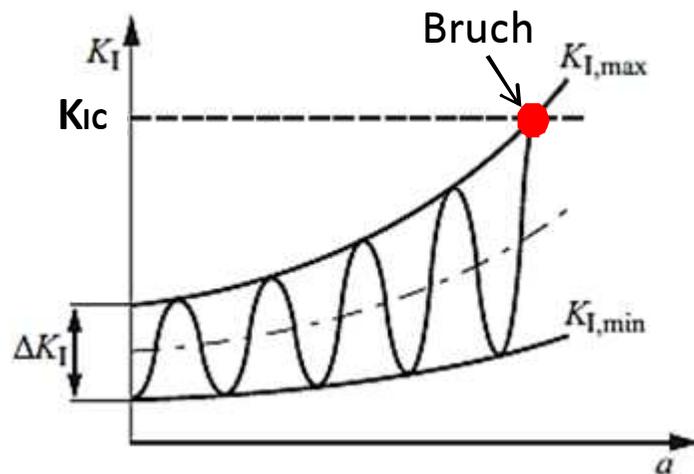
Mit den Bezeichnungen  $K_I / K_{Ic} = K_R$  und  $\sigma / \sigma_L = S_R$  ergibt sich die Versagensgrenzkurve zwischen den Grenzfällen des Sprödbruchs und des plastischen Kollaps.

$$K_R = S_R \left[ \frac{8}{\pi^2} \ln \left( \cos \frac{\pi}{2} S_R \right)^{-1} \right]^{-1/2}$$

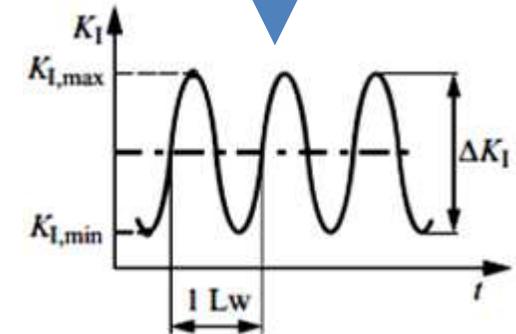
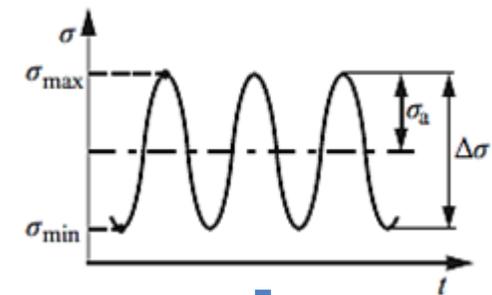
# Ermüdungsrisswachstum

Ermüdungsrisswachstum durch wechselnde Belastung

Anfangsriss



von Interesse ist die Rissvergrößerung pro Lastwechsel in Abhängigkeit von  $\Delta K_I$



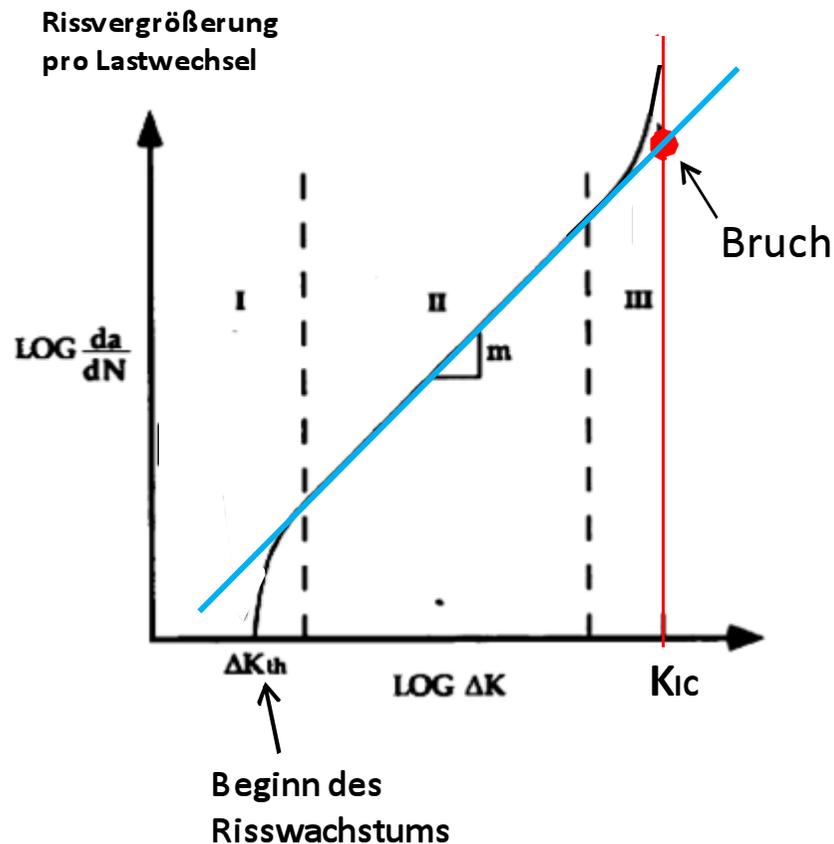
$$K_I(t) = \sigma(t) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I$$

$$\Delta K_I = \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I$$

# Ermüdungsrisswachstum

## Das Risswachstumsgesetz

Mit dem Risswachstumsgesetz kann die Anzahl der Lastwechsel vorhergesagt werden, die ein Bauteil mit Riss noch betrieben werden kann, bevor der Riss kritisch wird => stabiles Risswachstum



Wird der Einfachheit halber nur der lineare Bereich betrachtet, so ergibt sich die Lastwechselzahl bis zum Bruch:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad \Delta K_I = \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I$$

$$\frac{da}{\Delta K^m} = C \cdot dN$$

$$\frac{1}{C} \int_{a_i}^{a_c} \frac{da}{\Delta K^m} = N_B$$

Bruchlastwechselzahl

# Ist die Anwendung der Bruchmechanik sinnvoll ??

Prof. Dr.-Ing. Rainer Häberer



**Ja, bei hoch sicherheitsrelevanten Anlagen, die Risse oder Fehlstellen aufweisen können.**